

Impacto de la incertidumbre geológica en diferentes etapas del proceso de planificación de la producción de minas a cielo abierto

E. Jélvez, AMTC, Universidad de Chile, Chile

N. Morales, AMTC, Universidad de Chile, Chile

Resumen

En este trabajo se aborda el problema de planificación de la producción de largo plazo en minas a cielo abierto. La solución de este problema indica cómo y cuándo se extraerán las reservas mineras para maximizar el valor del negocio, generando una promesa que compromete la producción en el tiempo. Debido a su envergadura, es usual dividir en tres etapas este proceso de planificación, generando tres problemas relacionados que son resueltos secuencialmente para obtener un plan de producción tentativo: (i) determinación del pit final, que consiste en delimitar la subregión de la mina donde se realizará la extracción; (ii) selección de pushbacks, que permite guiar la secuencia de extracción y controlar el diseño; y por último, (iii) agendamiento temporal de la producción, que se encarga de definir cuándo serán extraídas las distintas zonas y cuáles de ellas serán procesadas.

Uno de los inconvenientes de la metodología tradicional es que la incertidumbre geológica no es tomada en cuenta, a pesar del gran impacto que puede tener en los objetivos de producción. En este trabajo se mostrarán algunas formas de incorporar la incertidumbre, por medios de simulaciones condicionales, a las distintas etapas del proceso de planificación, y evaluar su impacto. Los resultados muestran que, por un lado, se puede aumentar el valor esperado del negocio, y por otro, disminuir el riesgo de incumplimiento de las metas productivas, permitiendo generar planes más robustos. En el caso de estudio presentado, los resultados muestran que se puede obtener un incremento de valor descontado en 2% y que, más importante aún, el costo total de la incertidumbre se reduce en un 69%, respecto a la metodología usual, que no considera la incertidumbre. Por lo tanto, se pueden tomar mejores decisiones en la planificación de la producción de largo plazo de minas a cielo abierto.

1 Introducción

La planificación minera es la disciplina de la ingeniería de minas que conjuga los recursos geológicos con el mercado para delinear el mejor negocio productivo para el dueño. Ésta se encarga de generar un plan minero, el que define cómo y cuándo se extraerán las reservas mineras, permitiendo cuantificar el capital humano, económico y técnico, generando el plan de negocios de la compañía. La promesa productiva generada en el plan minero se expresa mediante un plan de producción y es soportado por un agendamiento, el cual compromete la producción en el tiempo. A fin de generar un plan de producción, el yacimiento se discretiza en bloques y el horizonte de planificación se discretiza en periodos. Para generar un plan de producción, el proceso de planificación se divide en tres etapas, que son resueltas secuencialmente: (i) problema de pit final, que delimita la zona de extracción, (ii) selección de pushbacks, que particiona el pit final en volúmenes que cumplen ciertos requisitos operativos, y (iii) agendamiento de la producción, que asigna a cada periodo qué bloques deben extraerse, respetando restricciones de capacidad sobre los recursos.

Desde los años sesenta la metodología basada en el algoritmo de Lerchs y Grossmann (1965) ha sido la base para agendar la producción de minas a rajo abierto. Sin embargo, los métodos tradicionales no consideran la incertidumbre asociada a los parámetros de entrada, tales como leyes minerales o precios de los metales, lo cual puede producir grandes desviaciones de los objetivos de producción. En los últimos años algunos autores han reconocido la importancia de tomar en cuenta las múltiples fuentes de incertidumbre e incluirlas en el proceso de optimización, por ejemplo, Dimitrakopoulos et al. (2002) han mostrado las consecuencias de considerar un único modelo de bloques como entrada al proceso de agendamiento, el cual es descrito como una función de transferencia no lineal. Así, uno de los principales problemas del negocio minero es la desviación de los planes productivos y los resultados de operación, reflejado en el incumplimiento de las metas productivas.

La incertidumbre geológica representa el grado de ignorancia que se tiene de la caracterización mineralógica, en particular, de los distintos tipos de material y de sus respectivas concentraciones (leyes), así como de la extensión y posición de las unidades geológicas. Dado que las estimaciones son interpolaciones continuas de datos obtenidos de manera discreta, los modelos no capturan la real variabilidad del depósito, cuyo origen radica en la variabilidad inherente del yacimiento y la variabilidad de los errores de toma, preparación y análisis de los datos.

La diferencia entre lo que predicen los modelos y lo que realmente contiene el yacimiento hace que el control de esta fuente de incertidumbre sea de gran importancia. En el último tiempo, el uso de herramientas como simulación geoestadística ha mostrado mejores resultados a la hora de evaluar, ya que reproducen la variabilidad espacial real de la variable regionalizada. En particular, el uso de simulaciones condicionales (ver, por ejemplo, el trabajo de Emery y Lantuéjoul (2006)) ha permitido incorporar este tipo de incertidumbre. Se ha reportado extensamente (ver Ravenscroft (1992), Smith y Dimitrakopoulos (1999), Dimitrakopoulos et al. (2002), Osanloo et al. (2008), Jélvez (2017) y referencias citadas ahí) que la geología es una de las fuentes de incertidumbre que más contribuye a las diferencias entre las soluciones planificadas y las soluciones operacionales.

En este trabajo se evalúa el impacto de la incertidumbre en cada una de las tres etapas del proceso de planificación de la producción de minas a cielo abierto: (i) pit final, (ii) selección de pushbacks, (iii) agendamiento temporal de bloques. Si bien la incertidumbre geológica no es considerada en la metodología tradicional, la mayoría de los esfuerzos realizados para incorporarla utilizando modelos de optimización, sólo lo han hecho dentro de la etapa de agendamiento, definiéndolo dentro de un pit final determinista, en cuyo interior se dispone de un conjunto de escenarios que modelan la incertidumbre (ver Godoy (2003), Dimitrakopoulos & Ramazan (2008), Jélvez (2017)). Es más, estos resultados ni siquiera consideran la selección de pushbacks como una etapa dentro del proceso, pasando directamente de una definición determinista de pit final al agendamiento bajo incertidumbre, lo que puede generar resultados difíciles de operativizar. En este trabajo de tesis se propone y evalúa una metodología que incorpora la incertidumbre geológica en las tres etapas mencionadas. Para cada una de ellas, se considera el riesgo asociado al desconocimiento que se tiene de la zona mineralizada.

2 Metodología

La metodología para el presente trabajo se basará en un desarrollo secuencial para el proceso de planificación de la producción en el largo plazo de una mina a rajo abierto, considerando la incertidumbre geológica representada por una serie R de simulaciones condicionales del modelo de bloques B . Esta metodología secuencial incluye desarrollar estrategias para cada una de las etapas, a saber: (i) definición del pit final, (ii) selección de fases, y (iii) agendamiento de la producción en el tiempo. El objetivo será ir incorporando la incertidumbre en cada una de las etapas de forma sucesiva, de modo tal de poder comparar cuál es el impacto que ésta tiene en el proceso total. La Figura 1 muestra la metodología de comparación: el Caso Base corresponde al proceso que no considera la incertidumbre en ninguna etapa; el Caso 1 sigue el enfoque de la mayoría de los trabajos publicados, esto es, incorporar la incertidumbre en el agendamiento, y decidiendo pit final y pushbacks de forma determinista; el Caso 2 parte de un pit final determinista, pero luego incorpora los escenarios geológicos para seleccionar pushbacks y realizar el agendamiento temporal; finalmente el Caso 3 incorpora la incertidumbre en las tres etapas del proceso de planificación. Para cada caso, se obtendrá finalmente un VAN esperado, el que puede utilizarse para ver el efecto que tiene incorporar la incertidumbre en las distintas etapas, por ejemplo, a través del valor de la información, que se interpreta como el costo de ignorar la incertidumbre en la toma de decisiones.

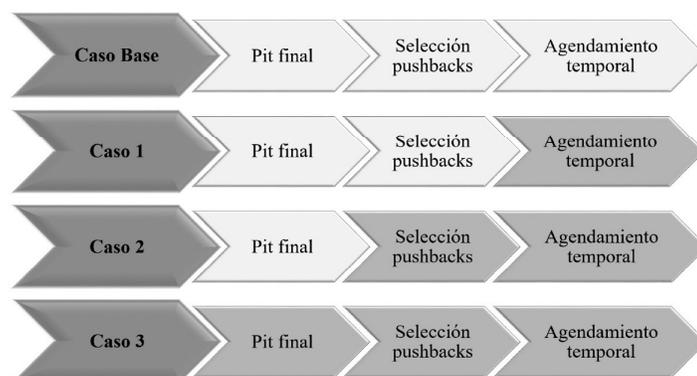


Figura 1 Metodología de comparación del impacto de la incertidumbre en distintas etapas de la planificación de la producción de una mina a cielo abierto. Cuatro casos a evaluar. En amarillo se presenta la etapa sin considerar incertidumbre geológica, y en verde considerándola.

2.1 Problema de pit final

En este trabajo se calcula la envolvente económica considerando la incertidumbre geológica incluida de manera explícita, por medio de simulaciones de la ley, basado en el desarrollo hecho en Jélvez et al. (2015), quienes realizan una comparación de los distintos enfoques para este problema y proponen una formulación que busca un equilibrio entre maximizar el valor y minimizar el riesgo de pérdidas asociadas al incumplimiento del compromiso productivo. En particular, se desarrolla un modelo de optimización multiobjetivo que simultáneamente maximiza el beneficio esperado y minimiza el riesgo, expresado en términos del Valor Condicional en Riesgo (Rockafellar & Uryasev, 2000) en el problema de pit final.

Se asume que existe un valor v_{br} para cada bloque b y cada simulación r de la ley. Se define una variable binaria $x_b = 1$ si el bloque b pertenece al pit final, y cero si no. Las relaciones de precedencia se codifican por medio de un conjunto A de pares de arcos (a, b) donde para extraer el bloque a , primero se debe extraer el bloque b . Tomando un nivel de confianza $\delta \in (0,1]$ se define el problema de pit final bajo incertidumbre:

$$(P1) \quad \text{Max} \quad \left(\frac{1}{R} \sum_{b \in B} \sum_{r \in R} v_{br} x_b - \left(a + \frac{1}{|R|} \frac{1}{(1-\delta)} \sum_{r \in R} z_r \right) \right) \quad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad x_a \leq x_b \quad \forall (a, b) \in A \quad (2)$$

$$z_r \geq - \sum_{b \in B} v_{br} x_b - a \quad \forall r \in R \quad (3)$$

$$z_r \geq 0 \quad \forall r \in R \quad (4)$$

$$z_b \in \{0,1\} \quad \forall b \in R \quad (5)$$

donde a y $(a + \frac{1}{|R|} \sum_{r \in R} z_r)$ corresponden a las aproximaciones discretas del VaR y del CVaR, respectivamente. Es importante destacar que una solución óptima x^* al problema (P1) determina qué bloques pertenecen al pit final de modo que se maximiza el valor esperado a lo largo de todas las simulaciones, y al mismo tiempo, se minimiza el riesgo de pérdidas medido por el CVaR.

La versión determinista del problema de pit final se denota por (PID). Una de las principales diferencias con (P1) es que se considera una sola representación de distribución de leyes (modelo de kriging usualmente), en vez de una serie de simulaciones. En este caso, para cada bloque en la función objetivo, se toma la ley promedio entre todas las simulaciones, y según esa ley, se calcula un único valor \bar{v}_b^i .

$$(PID) \quad \text{Max} \quad \sum_{b \in B} \bar{v}_b x_b \quad (6)$$

$$\text{s.a.} \quad x_a \leq x_b \quad \forall (a, b) \in A \quad (7)$$

$$x_b \in \{0, 1\} \quad \forall b \in B \quad (8)$$

2.2 Problema de selección de pushbacks

Ahora corresponde generar pushbacks. El punto de partida es asumir que B es el pit final encontrado en la etapa anterior. Aplicando la metodología de Lerchs & Grossmann (1965) y escalando el precio del metal en la valorización por una serie de n revenue factors $0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_n = 1$, se tiene un valor para cada bloque b , cada realización r y cada revenue factor λ_i . Tomando el valor promedio sobre todas las simulaciones, se tiene un valor esperado v_b^i de cada bloque b asociado al revenue factor λ_i .

Para obtener los pits anidados estocásticos, se resuelven n problemas del tipo (PID) usando $\bar{v}_b = v_b^i$ para todo $i = 1, \dots, n$. Como el pit obtenido con $\lambda = 1$ no necesariamente coincide exactamente con la decisión de pit final tomada en la etapa anterior, es posible que se deba ajustar la envolvente total con el último pit anidado (Jélvez, 2017).

Los pasos anteriores permiten generar una serie de pits anidados para el caso estocástico: básicamente esta es la forma en que Marcotte y Caron (2013) generan una valorización estocástica para el cálculo de pit final (PID, modelo base que se utiliza para generar pits anidados), considerando todos los escenarios.

Para seleccionar pushbacks a partir del conjunto de pits anidados estocásticos, se utilizará la formulación dada en Jélvez et al. (2018), donde un modelo de optimización elige los mejores candidatos a pushbacks en base a criterios claramente definidos, por ejemplo, que el problema del gap (Meagher et al. 2014) sea reducido al máximo, por lo que los pushbacks resultantes tienen la menor diferencia entre ellos en los tonelajes de mineral y estéril.

Para el caso sin incertidumbre se repite el mismo proceso explicado, pero los pits anidados que se generan no son estocásticos en el sentido de Marcotte & Caron (2013), sino que se genera una única valorización \bar{v}_b^i por cada i -ésimo revenue factor, basado en la ley de kriging (o modelo e-type en su defecto) para cada bloque b . La forma de seleccionar pushbacks se hace utilizando el mismo modelo (Jélvez et al. 2018) que el caso estocástico, para hacer justa la comparación de selección de pushbacks.

2.3 Problema de agendamiento temporal de la producción

Finalmente habiendo definido la envolvente económica (estocástica/determinista, sección 2.1) y una selección de pushbacks (estocástica/determinista, sección 2.2) según el esquema de la Figura 1, se procede a generar el agendamiento temporal, con el fin de generar un plan de producción tentativo, respetando el diseño impuesto en las etapas anteriores. El modelo de agendamiento presenta las siguientes características:

- **Multiperiodo:** la dimensión temporal es incluida en el agendamiento de bloques, permitiendo que el modelo decida cuál es el mejor periodo de extracción para cada bloque, dentro de un horizonte de planificación y considerando una tasa de descuento.
- **Multidestino:** a diferencia de muchos modelos existentes en la literatura que consideran una ley de corte fija para decidir el destino de cada bloque, en esta formulación es el modelo quien decide cuál es el mejor destino para cada bloque.
- **Considera escenarios geológicos explícitamente:** la información dada por las simulaciones condicionales es entregada directamente al modelo para que las considere simultáneamente y se tome la mejor decisión de agendamiento, minimizando las desviaciones de los objetivos de producción a lo largo de todos los escenarios.
- **Respeto el diseño de fases:** la extracción sigue la secuencia impuesta por las fases. Existen varias opciones de orden que se pueden seguir, por ejemplo: (i) modalidad de orden estricto, esto es, para comenzar la extracción en una fase, primero se debe haber extraído completamente la fase anterior, o bien, (ii) modalidad de extracción simultánea en más de una fase, respetando una mínima/máxima diferencia de alturas (bancos) entre ellas. Ver Figura 2.
- **Respeto la capacidad de mina:** los equipos de carguío y transporte definen una capacidad máxima de material que puede ser extraído desde la mina. Además, es deseable entre los distintos periodos imponer requerimientos mínimos de extracción, con el fin de evitar la capacidad ociosa de los equipos.
- **Respeto la capacidad de planta de procesamiento:** similar al caso anterior, un chancador por ejemplo, tiene una capacidad máxima para procesar mineral, sin embargo, imponer restricciones de procesamiento mínimo también es importante para evitar capacidad ociosa.
- **Respeto las restricciones de mezcla:** la calidad del material que es procesado debe ser controlado para un funcionamiento óptimo de la planta. Un buen ejemplo de esto es la presencia de impurezas o contaminantes en el concentrado, como el arsénico.

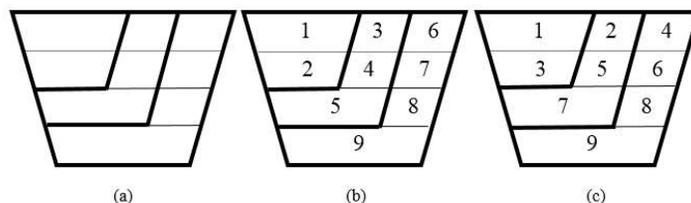


Figura 2 (a) Conjunto de fases-banco para ser agendados. (b) Estrategia fase a fase. (c) Estrategia equilibrada de fases. Los números indican el orden en que deben ser extraídas las fases-banco

En la literatura existen versiones simplificadas al modelo considerado en este trabajo (por ejemplo, ver Ramazan y Dimitrakopoulos (2007) o Leite y Dimitrakopoulos (2014)), quienes no optimizan la ley de corte, o realizan el agendamiento desde un pit final determinista, sin consideración de la incertidumbre en etapas tempranas, entre otros aspectos que son ignorados. Sin embargo, la gran mayoría, incluyendo este trabajo, sigue el mismo enfoque para medir el costo de la incertidumbre: castigan el VAN cuando se producen desviaciones de los objetivos de producción.

Debido a la incertidumbre geológica, los planes de producción pueden sufrir desviaciones respecto a lo planificado, teniendo que lidiar con problemas de subproducción o sobreproducción de mineral a proceso, o bien, problemas de la calidad del mismo (ley de cabeza) que no se encuentre en el rango de aceptación. La forma de incluir la incertidumbre en los modelos de agendamiento se basa en la incorporación de penalizaciones que castigan el valor económico cuando los objetivos de producción no son alcanzados.

Estos modelos se basan en optimización multiobjetivo: apuntan a maximizar el VAN y, simultáneamente, minimizar los efectos negativos de la incertidumbre. Luego, el total de toneladas desviadas de los objetivos de producción representan un costo asociado a la incertidumbre.

En el caso del agendamiento determinista, al igual que en los casos anteriores, se utiliza una única representación de la ley de los bloques, tomando la ley de kriging (o en su defecto el modelo e-type), por lo tanto, no se consideran desviaciones de los objetivos de producción y las capacidades de producción deben cumplirse de manera estricta, pero bajo el supuesto que solo existe una representación del yacimiento. Para una descripción completa de los modelos subyacentes y los métodos para resolverlos, ver Jélvez (2017).

Como comentario final, note que en todas las etapas es posible evaluar la solución determinista en el respectivo modelo estocástico, con el fin de evaluar a lo largo de todos los escenarios (dados por las simulaciones) el impacto que tiene tomar una decisión (pit final, selección de pushbaks y agendamiento temporal) considerando sólo una representación del modelo geológico, como kriging.

2.4 Caso estudio

El modelo de bloques de este caso estudio corresponde a un yacimiento de tipo pórfido de cobre, en adelante se llamará por BM. El modelo consta de 407.179 bloques de 10x10x10m. Para cada bloque se cuenta con información sobre coordenadas espaciales, densidad, IRI –50 simulaciones de la ley de cobre, ley promedio de los 50 escenarios (usualmente conocida como E-Type). En la Figura 3 se muestra el histograma de leyes y las curvas tonelaje-ley de BM. Los parámetros para generar la valorización económica para cada bloque vienen dados en la Tabla 1. Respecto a los parámetros para el control de talud, se consideraron ángulos de talud de 45°, no se asume ninguna consideración adicional sobre la geomecánica en las paredes del pit.

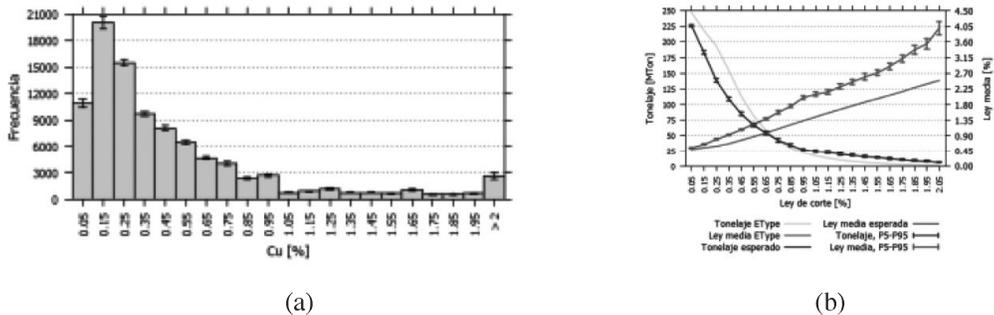


Figura 3 (a) Histograma de leyes de cobre del modelo de bloques BM, con sus respectivas barras de error P5 y P95 (percentiles). (b) Curvas de tonelaje-ley en el modelo de bloques BM. Se muestran las curvas esperadas a lo largo de todos los escenarios, con sus respectivos percentiles P5 y P95 y promedio

Tabla 1 Parámetros que definen el modelo económico de bloques para el caso de estudio

Parámetro	Valor
Precio (\$/lb)	2,5
Recup. metaúrgica	0,85
Costo extracción (\$/ton)	3,2
Costo proceso (\$/ton)	9,0
Costo venta, fund. refin. (\$/lb)	0,4

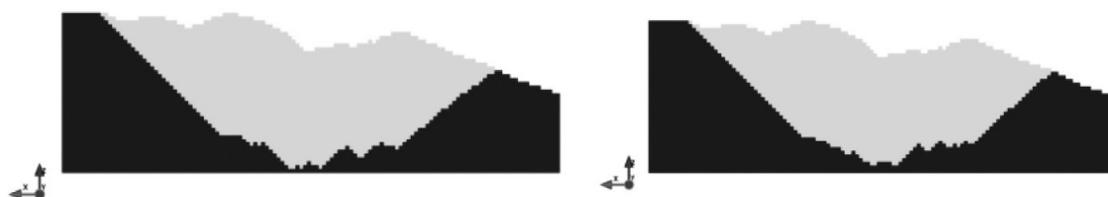
Para la generación de pits anidados se considera la misma evaluación, pero escalando el precio del metal por una serie de 90 revenue factors de la forma $\lambda_i = i / 90$ con $i = 1, \dots, 90$.

Finalmente, los parámetros propios de la etapa de agendamiento se presentan a continuación, además de los mostrados en la Tabla 1: tasa de descuento de un 10%, horizonte de planificación de 22 años, capacidades de extracción de 13 [Mton/año] máximo, de procesamiento mínimo 6 [Mton/año] y máximo 7 [Mton/año], ley de alimentación anual a planta mínima 0.5 %. Se permite una profundidad máxima de 8 bancos, 2 destinos (planta y botadero). El costo de sub y sobreproducción de mineral se fija en 18,5 [\$/ton] y el costo unitario de subproducción de metal en 39 [\$/ton].

3 Resultados

Dado que no es posible mostrar en detalle los resultados de tonelajes, leyes, valores económicos y geometrías operativas de cada etapa y cada caso, los resultados se enfocarán individualmente en cada etapa, considerando incertidumbre (estocástico) y sin considerar incertidumbre (determinista). Haciendo secuencialmente todos los casos estocásticos se construye el Caso 3; del mismo modo, todas las etapas deterministas construyen el Caso Base (ver Figura 1). Finalmente, se muestran los resultados de generar además los casos intermedios (caso 1 y Caso 2) en la Tabla 2 para evaluar el impacto de cada etapa en el proceso de generación de un plan de producción.

El pit final para cada enfoque se muestra en la Figura 4. Las diferencias se aprecian en los bordes de los pits. El pit estocástico presenta un 5,3% más de mineral y un 13% más de movimiento estéril, obteniendo pits más grandes. El valor económico es casi el mismo (+0,4%), pero presenta un riesgo (CVaR) menor en un 15,7%.



(a) vista en SN 5.030m pit final estocástico (caso 3) (b) Vista en SN 5.030m pit final det. (caso base)

Figura 4 Vistas en sección norte de las alternativas de pit final estocástica y determinista

Por su parte, la Figura 5 presenta los principales resultados de la selección de pushbacks. Los tonelajes de ambos enfoques (estocástico y determinista) son muy similares. Lo mismo ocurre con las leyes medias por fase. Esto implica que la forma de incorporar la incertidumbre en esta etapa no tuvo mucho impacto en los resultados.

La Figura 6 muestra los resultados de la etapa final del proceso, del agendamiento temporal que permite generar un plan de producción. Como siempre, se muestran los resultados del caso 3 y del caso base, tanto sus geometrías de extracción como el plan de producción comparativo de ambas estrategias. Las mayores diferencias se observan en los últimos periodos del horizonte de planificación, sobre todo considerando que el pit final estocástico presenta mayores tonelajes de mineral y estéril, extiende la vida de la mina por un año más que el caso determinista. El agendamiento estocástico presenta 3,8 [ton] desviadas por subproducción de mineral y el agendamiento determinista 15.9 [ton].

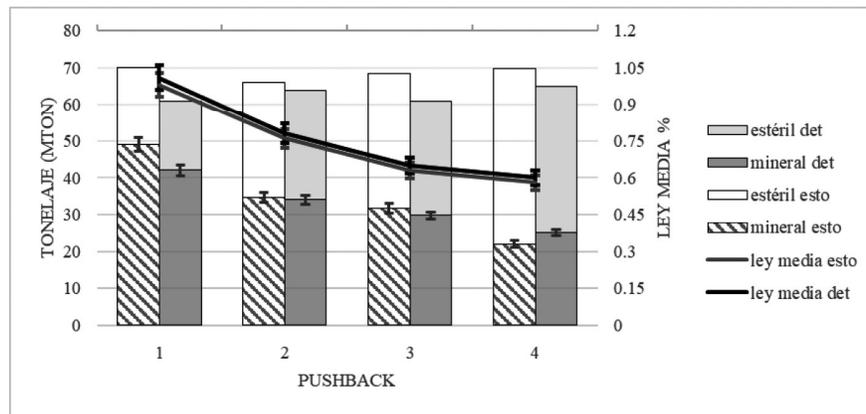
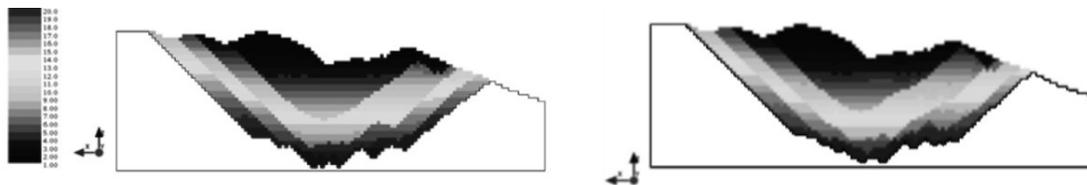
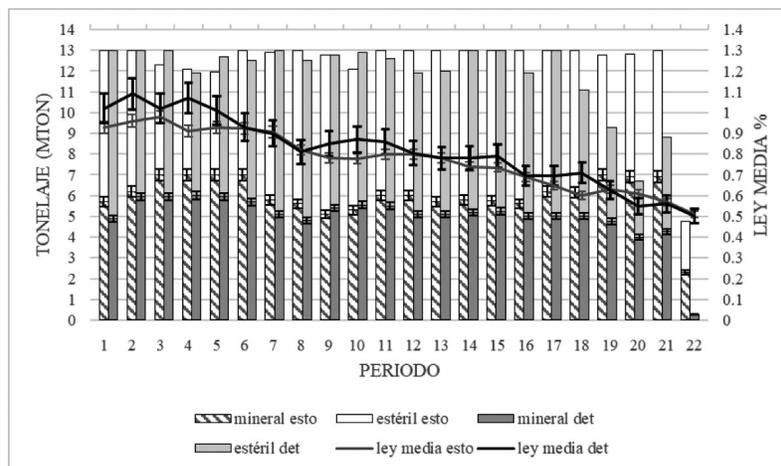


Figura 5 Resultados selección de pushbacks. Tonelajes y leyes medias por pushback (caso 3 y caso base)



(a) geometría caso 3

(b) geometría caso base



(c) planes de producción: estocástico y determinista

Figura 6 Resultados agendamientos: estocástico (caso 3) y determinista (caso base)

Finalmente, la Tabla 2 muestra los principales resultados de este trabajo: la comparación de los distintos casos (según en qué etapa se incorpora la incertidumbre geológica en el proceso de planificación) evaluados al final del proceso, en términos de VAN esperado y costo total de la incertidumbre, debido a las desviaciones de los objetivos de producción. Tomando como caso base aquel que no incorpora nunca la incertidumbre, vemos que, dependiendo de la etapa, el VAN esperado puede incrementarse en un 2,1%, pero más importante aún, que el costo asociado a la incertidumbre puede reducirse hasta un 69,1%, por supuesto que esto se obtiene cuando todas las etapas consideran la incertidumbre (caso 3).

Tabla 2 Comparación de enfoques según incorporación de la incertidumbre geológica en las diferentes etapas del proceso de planificación

Enfoque	VAN esperado (M\$)	Variación relativa %	Costo asociado a la incertidumbre (M\$)	Variación relativa %
Caso Base	904,7	-	86,5	-
Caso 1	915,4	+0,9	41,8	-51,7
Caso 2	917,8	+1,1	34,2	-60,5
Caso 3	923,8	+2,1	26,7	-69,1

En base a lo anterior, podemos calcular el valor de la información si se incorpora la incertidumbre en cada una de las etapas: (i) Caso base v/s Caso 1: 10,7 (M\$); (ii) Caso 1 v/s Caso 2: 2,4 (M\$); (iii) Caso 2 v/s Caso 3: 6,0 (M\$). Por lo tanto, el valor de la información total es 19,1 (M\$).

4 Conclusiones

En este trabajo se estudió el impacto que tiene incorporar la incertidumbre geológica en cada una de las tres etapas que son resueltas secuencialmente para generar un plan de producción en minas a cielo abierto: (i) pit final, (ii) selección de pushbacks, y (iii) agendamiento temporal. Se generaron cuatro casos para evaluación, los que se diferencian entre sí por la etapa en que se introduce la incertidumbre: **Caso base**, sin incertidumbre; **Caso 1**, incertidumbre sólo en etapa 3; **Caso 2**, incertidumbre sólo en etapas 2 y 3; y **Caso 4**, incertidumbre en las tres etapas.

Los resultados muestran que incorporar la incertidumbre ayuda a reducir el riesgo de pérdidas por incumplimiento de las metas de producción. Asimismo, las tres etapas contribuyen en distintas proporciones al valor total de la información, en este caso estudio: pit final contribuye un 31,4%; selección de pushbacks contribuye un 12,6%; y agendamiento temporal contribuye un 56%. Esto es muy importante porque ayuda a identificar dónde concentrar los esfuerzos y hasta qué montos se justifica pagar por obtener más información para reducir esta incertidumbre, por ejemplo, más sondajes en zonas específicas de la mina.

Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento de CONICYT Fondo Basal FB0809 del Advanced Mining Technology Center, FCFM, Universidad de Chile y del Proyecto CONICYT PIA Anillo ACT 1407.

Referencias

- Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C. y Godoy, M. (2002). Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Mining Technology* 111.1, pp. 82-88.
- Dimitrakopoulos, R. y Ramazan, S. (2008). Stochastic integer programming for optimising long term production schedules of open pit mines: methods, application and value of stochastic solutions. *Mining Technology* 117.4, pp. 155-160.

- Emery, X. y Lantuéjoul, C. (2006). TBSIM: A computer program for conditional simulation of three-dimensional gaussian random fields via the turning bands method. *Computers & Geosciences* 32.10, pp. 1615-1628.
- Godoy, M. (2003). The efficient management of geological risk in long-term production scheduling of open pit mines. Tesis de Doctorado. University of Queensland, Brisbane, Australia.
- Jélvez, E., Morales, N. y Sepúlveda, G. (2015). Comparación de distintas aproximaciones para calcular pit final robusto bajo incertidumbre de leyes. In *Proceedings, 4th International Seminar on Mine Planning*.
- Jélvez, E. (2017). Metodología multietapa para la planificación de la producción de largo plazo en minas a rajo abierto bajo incertidumbre geológica. Tesis de doctorado. Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Jélvez, E., Morales, N. y Askari-Nasab, H. (2018). A new model for automated pushback selection. Submitted to *Computers & Operations Research*.
- Lamghari, A. y Dimitrakopoulos, R. (2012). A diversified Tabu search approach for the open-pit mine production scheduling problem with metal uncertainty. *European Journal of Operational Research* 222.3, pp. 642-652.
- Leite, A. y Dimitrakopoulos, R. (2014). Stochastic optimization of mine production scheduling with uncertain ore/metal/waste supply. *International Journal of Mining Science and Technology* 24.6, pp. 755-762.
- Lerchs, H. y Grossmann, I. (1965). Optimal design of open-pit mines. *Transactions C.I.M.* 68, pp. 17-24.
- Marcotte, D. y Caron, J. (2013). Ultimate open pit stochastic optimization. *Computers & Geosciences* 51, pp. 238-246.
- Meagher, C., Dimitrakopoulos, R. y Avis, D. (2014). Optimized open pit mine design, pushbacks and the gap problem: A review. *Journal of Mining Science* 50.3, pp. 508-526.
- Osanloo, M., Gholamnejad, J. y Karimi, B. (2008). Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment* 22.1, pp. 3-35.
- Ramazan, S. y Dimitrakopoulos, R. (2013). Production scheduling with uncertain supply: a new solution to the open pit mining problem. *Optimization and Engineering* 14.2, pp. 361-380.
- Ravenscroft, P. (1992). Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry* 101, pp. A104-A108.
- Rockafellar, R. y Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk* 2, pp. 21-42.
- Smith, M. y Dimitrakopoulos, R. (1999). The influence of deposit uncertainty on mine production scheduling. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment* 13.4, pp. 173-178.